

# Defleksi Vertikal Poros Turbin Angin Multi Blade Di Daerah Pedesaan - Bagian II: Kaji Numerik

<sup>1</sup>V. K. Koten, <sup>2</sup>J. M. Leda.

[victus\\_koten@yahoo.com](mailto:victus_koten@yahoo.com), [jeremias.leda@gmail.com](mailto:jeremias.leda@gmail.com)

<sup>1,2</sup>Fakultas Teknik Universitas Atma Jaya Makassar

**Abstrak.** Turbin angin multi blade adalah salah satu jenis turbin angin yang telah digunakan oleh para petani garam di Desa Paccelang, Kecamatan Bangkala, Kabupaten Jeneponto, Propinsi Sulawesi Selatan. Dalam operasinya, turbin sering mengalami resonansi akibat defleksi vertikal poros yang berlebihan. Artikel ini mengkaji dan mengidentifikasi parameter-parameter penyebab defleksi vertikal poros. Penelitian dilakukan secara teoritik dan numerik. Secara teoritik, penelitian dilakukan dengan memasukan parameter-parameter yang bersesuaian ke dalam persamaan defleksi vertikal poros yang dijabarkan. Secara numerik, penelitian dilakukan dengan menggunakan software Autodesk Inventor. Parameter-parameter yang menyebabkan defleksi vertikal poros secara berlebihan dan diurut berdasarkan besarnya kontribusinya adalah pengecilan diameter poros, perpanjangan poros, dan pembesaran beban eksternal.

**Kata Kunci:** Turbin angin; defleksi vertikal poros; numerik.

## I. PENDAHULUAN

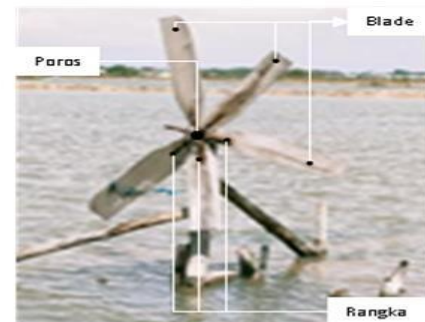
Gambar 1a memperlihatkan turbin angin multi blade yang telah digunakan oleh para petani garam di Desa Paccelang, Kecamatan Bangkala, Kabupaten Jeneponto, Propinsi Sulawesi Selatan. Meskipun telah direncanakan dan diaplikasikan secara baik pada awalnya, para petani tidak memiliki teknisi khusus untuk memperbaiki dan menjaga keberlanjutan kinerja turbin. Ketidakterersediaan teknisi menyebabkan para petani sering memperbaiki dan mengganti elemen-elemen turbin yang mengalami kerusakan secara swadaya. Perbaikan dan pergantian elemen turbin yang tidak sesuai menyebabkan perubahan parameter-parameter yang telah ditentukan dan diijinkan dalam perencanaan turbin. Perubahan parameter tersebut menyebabkan penurunan kinerja turbin karena resonansi yang berlebihan saat operasi turbin.

Resonansi pada turbin disebabkan oleh beberapa hal. Selain disebabkan oleh kerusakan pada bantalan, spie, blade, dan ketidakseimbangan konstruksi, penyebab lain resonansi pada turbin adalah defleksi vertikal poros yang melebihi syarat batas minimal. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji dan mengidentifikasi parameter-parameter penyebab defleksi vertikal poros turbin angin multi blade pada pabrik garam di Desa Paccelang, Kecamatan Bangkala, Kabupaten Jeneponto, Propinsi Sulawesi Selatan.

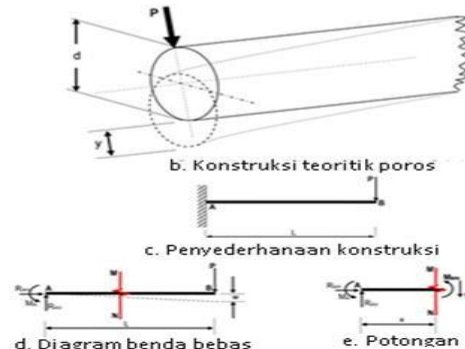
Defleksi poros vertikal dalam kajian ini termasuk dalam defleksi kecil (*small defelection*). Kajian tentang small deflection telah dilakukan oleh Viktus K. Koten dkk [1] - [26], tapi mereka melakukan pada parameter penelitian seperti diameter, bahan, profil dan parameter lainnya yang berbeda dengan kajian ini. Selain itu, defleksi besar (*large defelection*) juga telah di telah diteliti oleh [27]–[41]

Meskipun poros turbin sering diperlakukan sebagai spindle dalam perencanaan konstruksi-konstruksi mekanik, variasi parameter-parameter yang dilakukan menyebabkan perubahan fungsi poros sebagai spindle menjadi poros transmisi. Variasi parameter-parameter tersebut perlu dilakukan untuk

mengetahui parameter yang menyebabkan defleksi vertikal poros turbin.



a. Turbin angin multi blade.



Gambar 1. Turbin angin multi blade dan konstruksi teoritik poros.

Gambar 1b memperlihatkan konstruksi teoritik suatu poros yang dibebani dengan sistem cantilever beam. Sistem pembebanan cantilever beam seperti ini juga telah dilakukan oleh M. R. M. Asyraf dkk [20], [29], [32]–[34], [36], dan [42]. Konstruksi teoritik seperti ini yang digunakan dalam kajian karena sesuai dengan konstruksi poros turbin yang ada di Desa Paccelang. Dalam penyelesaian persoalan defleksi vertikal poros, poros digambarkan lebih sederhana (gambar 1c) untuk keperluan penempatan beban dan kondisi tumpuan secara teoritik. Gambar 1d memperlihatkan diagram benda bebas yang digunakan untuk menghitung reaksi pada tumpuan. Dari sistem kesetimbangan gaya dan momen, menghasilkan  $R_{AV} = P$ ,  $R_{AH} = 0$ , dan  $M_A = PL$ . Untuk mengetahui momen pada sembarang titik di sepanjang bentangan poros maka poros dipotong dan diperlihatkan pada gambar 1e. Kesetimbangan momen pada potongan MN menghasilkan  $-PL + Px - M = 0$  sehingga  $M = -PL + Px$ . Nilai dari M ini kemudian dimasukkan ke (1) yang telah diturunkan oleh Andrew Pytel dkk [43] sehingga menghasilkan (2).

$$M = EI \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (1)$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = PL - Px \quad (2)$$

Integral pertama dan ke dua dari (2) menghasilkan (3) dan (4) secara berturut-turut,

$$EI \frac{dy}{dx} = PLx - \frac{Px^2}{2} + C_1 \quad (3)$$

$$EIy = \frac{PLx^2}{2} - \frac{Px^3}{6} + C_1x + C_2 \quad (4)$$

Dengan memasukan beberapa kondisi batas ke (3) dan (4) dapat menghasilkan persamaan baru. Pada  $x = 0$  maka  $dy/dx=0$  sehingga (3) sama dengan nol; diperoleh  $C_1 = 0$ . Pada  $x = 0$  maka  $y = 0$  sehingga (4) sama dengan nol; diperoleh  $C_2 = 0$ . Dengan memasukan nilai  $C_1$  dan  $C_2$  ke dalam (4), menghasilkan persamaan umum defleksi vertikal seperti (5). Dengan memasukan  $x = L$  pada (5) dapat menghasilkan persamaan defleksi vertikal poros seperti diperlihatkan pada (6).

$$y = \frac{1}{EI} \left[ \frac{PLx^2}{2} - \frac{Px^3}{6} \right] \quad (5)$$

$$y = \frac{1}{EI} \left[ \frac{PL^3}{3} \right] \quad (6)$$

$I$ ,  $E$ ,  $L$ ,  $P$ , dan  $y$  berturut-turut adalah momen tahanan lentur;  $I = \pi d^4/64$ , modulus elastis, panjang, dan defleksi vertikal poros.



## II. METODE PENELITIAN

Secara teoritik, penelitian dilakukan dengan memasukan parameter penelitian seperti beban eksternal, panjang poros, diameter poros, modulus elatis bahan poros dengan urutan tertentu ke dalam persamaan (6) untuk memperoleh defleksi vertikal ( $y$ ). Parameter beban eksternal ( $P$ ) dalam kajian ini terdiri dari 5.000, 10.000, 15.000, 20.000, dan 25.000 gram. Parameter panjang poros ( $L$ ) terdiri dari 100, 150, dan 200 mm. Parameter diameter poros ( $D$ ) terdiri dari 16, 18, dan 20 mm. Modulus elastis ( $E$ ) bahan besi cor sebesar 12.844.036 gram/mm<sup>2</sup>.

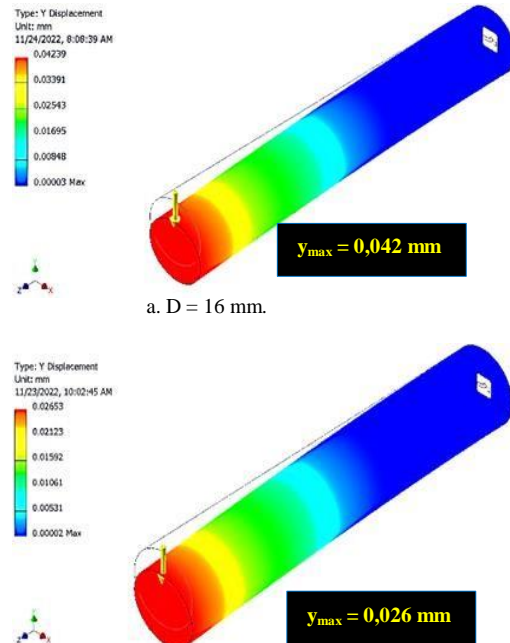
Secara numerik, penelitian dilakukan dengan software Autodesk Inventor. Parameter penelitian pada cara numerik sama dengan cara teoritik. Penelitian secara numerik diawali dengan pembentukan model poros yang sesuai dengan ukuran poros, pemilihan bahan poros, penentuan jenis tumpuan, penentuan jenis beban dan posisi pembebanan, pembagian elemen, analisis dan simulasi, pengecekan hasil, dan penyimpanan dokumen. Gambar 2a memperlihatkan model poros terbebani hasil pemodelan secara numerik dan Gambar 2b memperlihatkan poros yang dibagi dalam sejumlah elemen. Model poros yang ditampilkan adalah poros dengan diameter 20 mm, panjang poros 200 mm, dengan beban 25000 gram.

## III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian memperlihatkan defleksi vertikal yang

disebabkan oleh variasi dari tiap parameter tersebut kecuali modulus elastis. Modulus elastis bahan dianggap konstan. Meskipun demikian, dalam aplikasi persamaan (6) pada tiap

perubahan parameter penyebab defleksi vertikal, parameter-parameter lainnya juga dianggap konstan.



Perlakuan Terhadap parameter penelitian lainnya secara numerik, dilakukan dengan cara yang sama.

Gambar 2. Model poros dan pembagian elemen.

b.  $D = 18$  mm.

c.  $D = 20$  mm.

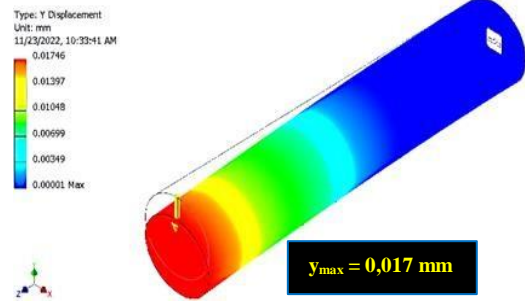
Gambar 3. Hasil defleksi vertikal poros secara numerik.

Gambar 3a sampai 3c memperlihatkan beberapa hasil simulasi defleksi vertikal pada berbagai diameter poros untuk  $P = 5000$  gram dan  $L = 100$  mm secara numerik. Defleksi vertikal maksimum pada  $D = 16$  mm adalah 0,04239 mm (Gambar 3a). Pada panjang dan beban yang konstan, defleksi vertikal poros pada diameter 18 mm dan 20 mm secara berturut-turut adalah 0,02653 mm (Gambar 3b) dan 0,01746 mm (Gambar 3c).

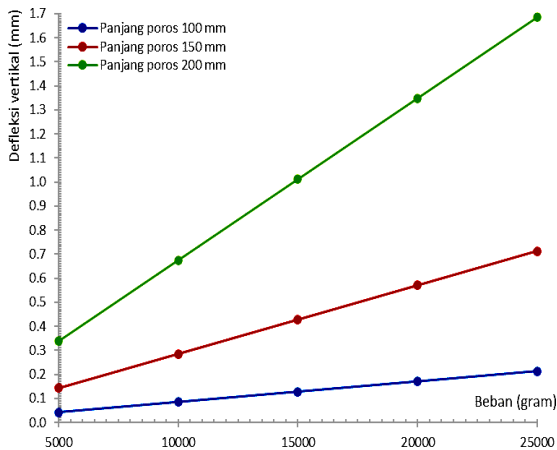
Defleksi vertikal poros secara numerik disebabkan oleh perubahan beban pada berbagai perubahan diameter poros, perubahan beban pada berbagai perubahan panjang poros, perubahan diameter pada berbagai perubahan panjang poros, dan perubahan panjang pada berbagai perubahan diameter poros. Defleksi vertikal yang disebabkan oleh tiap parameter tersebut diuraikan sebagai berikut.

#### A. Defleksi Vertikal Poros sebagai Fungsi Beban pada Berbagai Diameter Poros secara Numerik

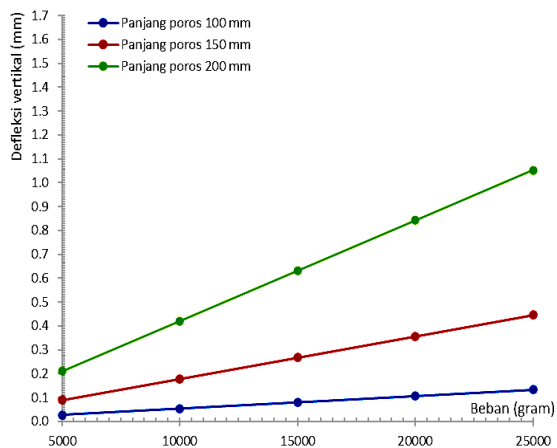
Gambar 4a sampai 4c memperlihatkan perubahan defleksi vertikal poros yang disebabkan oleh perubahan beban pada



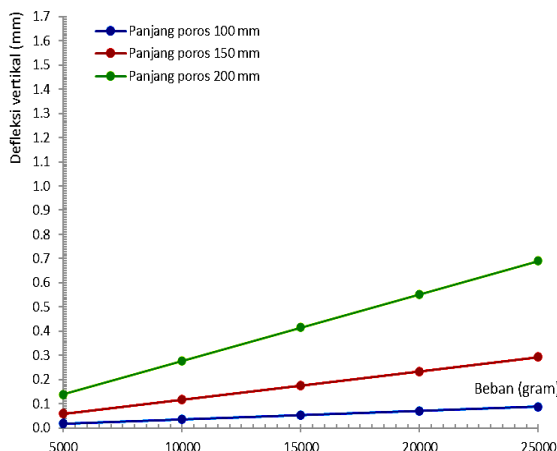
berbagai diameter poros secara numerik. Semua garis grafik yang terbentuk memperlihatkan hubungan yang linier antara perubahan defleksi vertikal poros dengan beban eksternal yang diinput ke dalam software. Perubahan defleksi vertikal pada tiap diameter poros yang konstan, terdapat beberapa poros dengan panjang yang berbeda. Pada diameter poros yang konstan; 16 mm (Gambar 4a), defleksi vertikal maksimum terjadi pada poros dengan panjang 200 mm. Defleksi vertikal yang lebih kecil terjadi pada poros dengan panjang 150 mm dan 100 mm.



a. Diameter poros 16 mm



b. Diameter poros 18 mm.



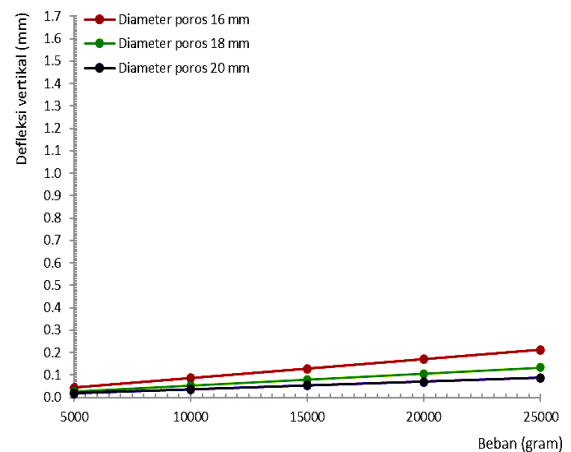
c. Diameter poros 20 mm

Kemiringan kurva garis (*slop*) pada Gambar 4a sampai 8c memperlihatkan perbedaan defleksi vertikal yang terjadi pada tiap diameter poros. Kemiringan kurva garis pada diameter poros 16 mm (Gambar 4a) lebih besar dari pada kemiringan kurva garis pada diameter poros 18 mm (Gambar 8b) dan diameter poros 20 mm (Gambar 4c). Hal ini menunjukkan bahwa defleksi vertikal yang terjadi pada poros dapat diperkecil dengan meningkatkan diameter poros.

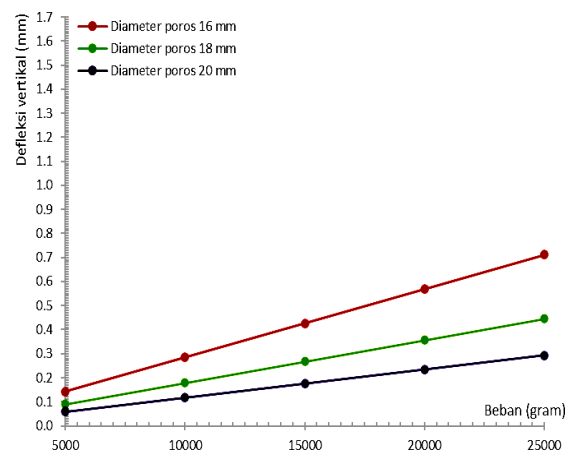
## B. Defleksi Vertikal Poros sebagai Fungsi dari Beban pada berbagai Panjang Poros secara Numerik

Gambar 5a sampai 5c memperlihatkan perubahan defleksi vertikal poros yang disebabkan oleh perubahan beban pada berbagai panjang poros secara numerik. Semua kurva garis yang terbentuk memperlihatkan hubungan yang linier antara perubahan defleksi vertikal poros dengan perubahan beban eksternal. Hal ini menunjukkan bahwa pengurangan defleksi vertikal dapat diperoleh melalui pengurangan beban eksternal.

Perubahan defleksi vertikal pada tiap panjang poros yang konstan terdapat beberapa poros dengan diameter yang berbeda. Pada panjang poros yang konstan; 100 mm, defleksi vertikal maksimum terjadi pada poros dengan diameter 16 mm. Defleksi vertikal yang lebih kecil terjadi pada poros dengan diameter 150 mm dan 200 mm. Semakin besar diameter poros, semakin kecil defleksi vertikal. Defleksi vertikal dapat diperkecil dengan memperbesar diameter poros.

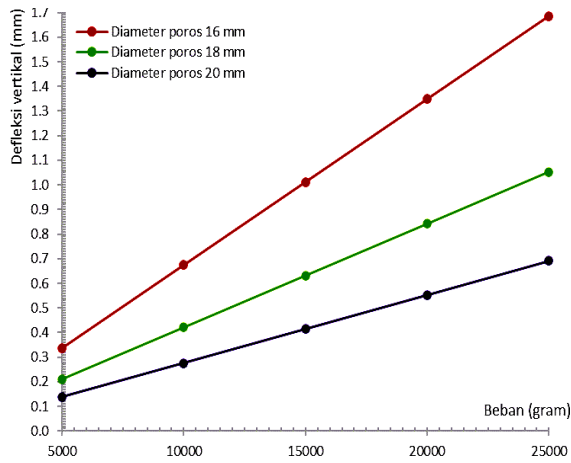


a. Panjang poros 100 mm



b. Panjang poros 150 mm

Gambar 4. Defleksi vertikal poros sebagai fungsi dari perubahan beban pada berbagai diameter poros secara numerik.



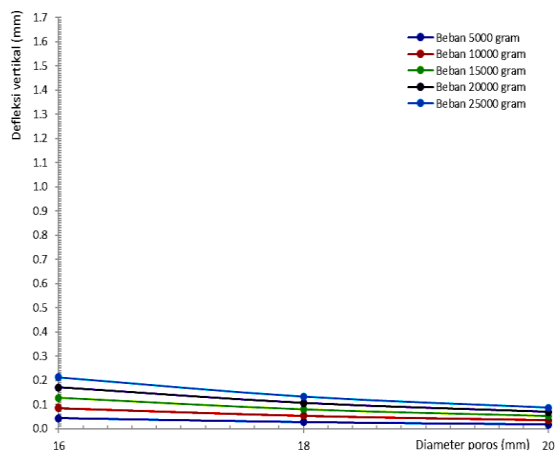
c. Panjang poros 200 mm

Gambar 5. Defleksi vertikal akibat beban pada berbagai panjang poros secara numerik.

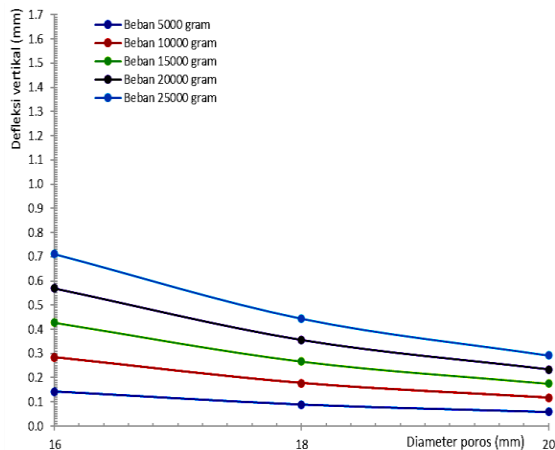
Kemiringan kurva garis (*slop*) pada Gambar 5a sampai 5c memperlihatkan perbedaan defleksi vertikal yang terjadi pada tiap panjang poros. Kemiringan kurva garis pada panjang poros 100 mm lebih kecil dari pada kemiringan kurva garis pada panjang poros 150 mm dan 200 mm. Hal ini menunjukkan bahwa defleksi vertikal yang terjadi pada poros dapat diperkecil dengan mengurangi panjang poros.

### C. Defleksi Vertikal sebagai Fungsi dari Perubahan Diameter Poros pada berbagai Panjang Poros secara Numerik

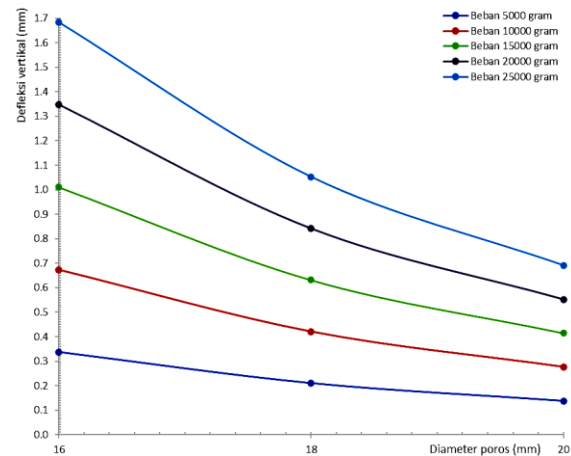
Gambar 6a sampai 6c memperlihatkan perubahan defleksi vertikal poros yang disebabkan oleh perubahan diameter pada berbagai panjang poros secara numerik.



a. Panjang poros 100 mm



b. Panjang poros 150 mm



c. Panjang poros 200 mm

Gambar 6. Defleksi vertikal akibat diameter poros pada berbagai panjang poros secara numerik.

Semua kurva garis yang terbentuk memperlihatkan hubungan yang tidak linier antara perubahan defleksi vertikal dengan perubahan diameter poros.

Perubahan defleksi vertikal pada tiap panjang poros yang konstan terdapat beberapa beban eksternal yang berbeda. Pada panjang poros yang konstan; 100 mm, defleksi vertikal maksimum terjadi pada poros dengan beban eksternal 25.000 gram. Defleksi vertikal poros yang lebih kecil terjadi pada poros dengan beban eksternal berturut-turut 20.000, 15.000, 10.000, dan 5.000 gram. Semakin panjang poros, semakin besar defleksi vertikal yang terjadi. Defleksi vertikal dapat diperkecil dengan memperpendek poros.

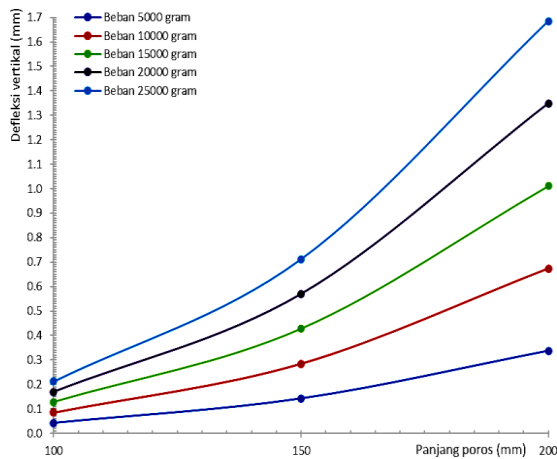
Kemiringan kurva garis (*slop*) pada gambar 6a sampai 6c memperlihatkan perbedaan defleksi vertikal yang terjadi pada tiap panjang poros. Kemiringan kurva pada panjang poros 100 mm lebih kecil dari pada kemiringan kurva pada Panjang poros 150 mm dan 200 mm. Hal ini menunjukkan bahwa defleksi vertikal yang terjadi pada poros dapat diperkecil dengan mengurangi panjang poros.

### D. Defleksi Vertikal sebagai Fungsi dari Panjang Poros pada berbagai Diameter Poros secara Numerik

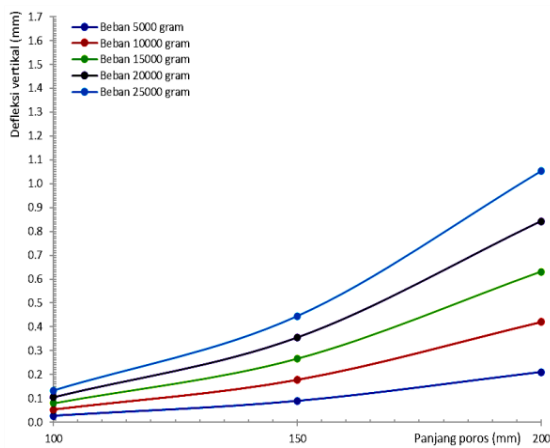
Gambar 7a sampai 11c memperlihatkan perubahan defleksi vertikal poros yang disebabkan oleh perubahan panjang poros pada berbagai diameter poros secara numerik. Kemiringan kurva (*slop*) pada Gambar 7a sampai 7c memperlihatkan perbedaan defleksi vertikal yang terjadi pada tiap diameter poros. Kemiringan kurva pada diameter poros 16 mm lebih besar dari pada kemiringan kurva pada diameter poros 18 mm dan 20 mm secara berturut-turut.

Perubahan defleksi vertikal akibat perubahan panjang poros pada tiap diameter poros yang konstan terdapat beberapa beban eksternal yang berbeda. Pada diameter poros; 16 mm, defleksi vertikal maksimum terjadi pada poros dengan beban eksternal yang 25.000 gram. Defleksi vertikal yang lebih kecil terjadi berturut-turut pada beban eksternal 20.000, 15.000, 10.000, dan 5.000 gram secara berturut-turut. Semakin besar beban eksternal poros, semakin besar pula defleksi vertikal yang terjadi. Defleksi vertikal dapat diperkecil dengan memperkecil beban eksternal.

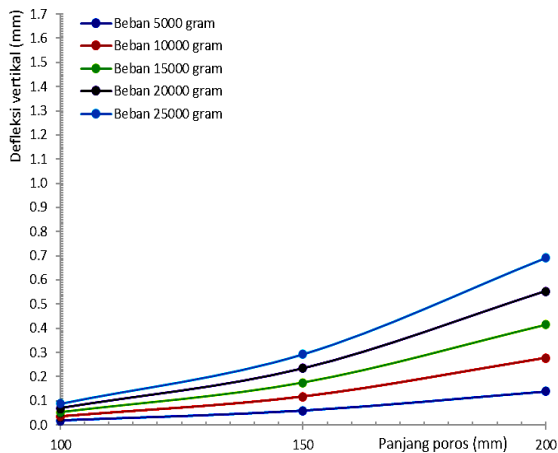




a. Diameter poros 16 mm



b. Diameter poros 18 mm



c. Diameter poros 20 mm

Gambar 7. Defleksi vertical akibat panjang poros pada berbagai diameter poros secara numerik.

#### IV. KESIMPULAN

Parameter-parameter yang menyebabkan defleksi vertikal poros secara berlebihan dan diurut berdasarkan besarnya kontribusinya adalah pengecilan diameter poros, perpanjangan poros, dan pembesaran beban eksternal.

#### V. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Universitas Atma Jaya Makassar yang telah membiayai penelitian ini.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] V. Koten and D. Hasan, "Penentuan Hubungan Antara Defleksi Lateral dan Radial Poros Baja Pada Berbagai Jenis Tumpuan Secara Teoritik," *J. Ilm. Tek. Mesin Cylind.*, vol. 2, no. 1, pp. 57–63, 2014.
- [2] S. Kim and D. Han, "Evaluation of Shear Effect on Deflection of RC Beams," *Appl. Sci.*, 2021.
- [3] Y. Chen, "Effect of Residual Shaft Bow On The Dynamic Analysis of A Double-Stage Geared Rotor-Bearing System With Translational Motion Due to Shaft Deformation," *Adv. Mech. Eng.*, vol. 11, no. 5, pp. 1–13, 2019, doi: 10.1177/1687814019847401.
- [4] J. J. B. Patricia Donnadieu, Souad Benrhaïem, Gilles Renou, Chunyang Zhang, Catherine Tassin, "Deformation of Mg- $\gamma$ Mg17Al12 in Situ Composites, Room Temperature Mechanical Behaviour, Microstructures And Mechanisms," *Intermetallics*, vol. 132, pp. 107-127, 2021.
- [5] B. Equations, "Deflections of Beams With Varying Rectangular Cross Section," 1993.
- [6] Y. Zhou, Y. Xia, and Y. Fujino, "Analytical Formulas of Beam Deflection Due to Vertical Temperature Difference," *Eng. Struct.*, vol. 240, no. March, p. 112366, 2021, doi: 10.1016/j.engstruct.2021.112366.
- [7] T. Markiewicz and J. Turner, "Observation of Deflection of a Beam of Multi-GeV Electrons by a Thin Crystal," *Phys. Rev. Lett.*, no. May, 2015, doi: 10.1103/PhysRevLett.114.074801.
- [8] J. Park, "An Experimental and Analytical Study on the Deflection Behavior of Precast Concrete Beams with Joints," *Appl. Sci.*, doi: 10.3390/app7111198.
- [9] J. Sun, C. Gui, Z. Li, and Z. Li, "Influence of Journal Misalignment Caused by Shaft Deformation Under Rotational Load on Performance of Journal Bearing," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 219, no. 4, pp. 275–283, 2005, doi: 10.1243/135065005X33937.
- [10] J. Sun and G. Changlin, "Hydrodynamic Lubrication Analysis of Journal Bearing Considering Misalignment Caused by Shaft Deformation," *Tribol. Int.*, vol. 37, no. 10, pp. 841–848, 2004, doi: 10.1016/j.triboint.2004.05.007.
- [11] G. Zhao, S. Meng, C. Guan, and Y. Yang, "Test Study on the Stress And Deformation Behaviors of A Shaft Supported By A Prefabricated Prestressed Structure," *Appl. Sci.*, vol. 9, no. 4, 2019, doi: 10.3390/app9040629.
- [12] Y. C. Chen, "Time-Varying Dynamic Analysis of A Helical-Geared Rotor-Bearing System with Three-Dimensional Motion Due to Shaft Deformation," *Appl. Sci.*, vol. 10, no. 4, 2020, doi: 10.3390/app10041542.
- [13] W. Sumelka, T. Blaszczyk, and C. Liebold, "Fractional Euler-Bernoulli Beams: Theory, Numerical Study and Experimental Validation," *Eur. J. Mech. / A Solids*, 2015, doi: 10.1016/j.euromechsol.2015.07.002.
- [14] S. Ichikawa, Y. Mihara, and T. Someya, "Study on Main Bearing Load and Deformation of Multi-Cylinder Internal Combustion Engine: Relative Inclination between Main Shaft and Bearing," *JSAE Rev.*, vol. 16, pp. 383–386, 1995, doi: 10.1016/0389-4304(95)00036-7.
- [15] S. L. Shafer, "Numerical Analysis and Experimental Research of Deformation of Gear Shaft in Laser Cladding on Teeth Surfaces," in *Anesthesia and Analgesia*, 2010, vol. 111, no. 6, p. 1561, doi: 10.1213/ANE.0b013e3182009a22.
- [16] C. Sivakumar, "Natural Frequency and Deformation Analysis of Drive Shaft for An Automobiles," *Mater. Today Proc.*, vol. 45, pp. 7031–7042, 2020, doi: 10.1016/j.matpr.2021.01.640.
- [17] T. He, D. Zou, X. Lu, Y. Guo, Z. Wang, and W. Li, "Mixed-Lubrication Analysis of Marine Stern Tube Bearing Considering Bending Deformation of Stern Shaft and Cavitation," *Tribol. Int.*, vol. 73, pp. 108–116, 2014, doi: 10.1016/j.triboint.2014.01.013.
- [18] S. K. Bharti, A. Sinha, A. K. Samantaray, and R. Bhattacharyya, "Dynamics of A Rotor Shaft Driven by A non-Ideal Source Through A Universal Joint," *J. Sound Vib.*, vol. 499, p. 115992, 2021, doi: 10.1016/j.jsv.2021.115992.
- [19] J. Sun, C. Gui, and Z. Li, "An Experimental Study of Journal Bearing Lubrication Effected by Journal Misalignment as A Result of Shaft Deformation Under Load," *J. Tribol.*, vol. 127, no. 4, pp. 813–819, 2005, doi: 10.1115/1.2033007.
- [20] M. R. M. Asyraf, M. R. Ishak, S. M. Sapuan, N. Yidris, and R. A. Ilyas, "Woods and Composites Cantilever Beam: A Comprehensive Review of Experimental," *J materres technol.*, vol. 9, no. 3, pp. 6759–6776, 2020, doi: 10.1016/j.jmrt.2020.01.013.
- [21] C. Faella, E. Martinelli, and E. Nigro, "Shear Connection Nonlinearity and Deflections of Steel – Concrete Composite Beams: A Simplified Method," *J. Struct. Eng.*, no. January, pp. 12–20, 2003.
- [22] E. Ali, "A Simplified Stress Analysis of Functionally Graded Beams

- and Influence of Material Function on Deflection,” *Appl. Sci.*, 2021.
- [23] S. Kim and K. Kim, “Prediction of Deflection of Reinforced Concrete Beams Considering Shear Effect,” *Materials (Basel)*, 2021.
- [24] V. K. R. Kodur and M. Dwaikat, “A Numerical Model for Predicting the Fire Resistance of Reinforced Concrete Beams,” *Cem. Concr. Compos.*, vol. 30, pp. 431–443, 2008, doi: 10.1016/j.cemconcomp.2007.08.012.
- [25] Y. Chen, “Effect of Residual Shaft Bow on the Dynamic Analysis of A Double-Stage Geared Rotor-Bearing System with Translational Motion Due to Shaft Deformation,” *Adv. Intell. Mechatron. Syst. Precis. Eng.*, vol. 11, no. 5, pp. 1–13, 2019, doi: 10.1177/1687814019847401.
- [26] Y. Chen and C. Kuo, “Dynamic Analysis of A Geared Rotor-Bearing System with Translational Motion Due to Shaft Deformation Under Residual Shaft Bow Effect,” in *MATEC Web of Conferences 119*, 2017, vol. 01014.
- [27] M. Batista, “Large Deflections of A Beam Subject to Three-Point Bending,” *Int. J. Non. Linear. Mech.*, pp. 1–9, 2014, doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2014.11.024.
- [28] T. Huang, Y. Yuan, J. L. Zheng, E. Avital, and P. H. Wen, “Large Deformations of Tapered Beam with Finite Integration Method,” *Eng. Anal. Bound. Elem.*, vol. 107, no. June, pp. 115–123, 2019, doi: 10.1016/j.enganabound.2019.06.017.
- [29] W. Wei and L. Teck-seng, “On The Estimation of the Large Deflection of A Cantilever Beam”
- [30] D. Karagiozova, T. X. Yu, S. Y. Shi, and L. Zhu, “On the Influence of Elasticity on the Large Deflections Response of Circular Plates to Uniform Quasi-Static Pressure,” *Int. J. Mech. Sci. Receiv.*, 2017, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2017.07.032.
- [31] A. Pagani and E. Carrera, “Large-Deflection and Post-Buckling Analyses of Laminated Composite Beams by Carrera Unified Formulation,” *Compos. Struct.*, 2017, doi: 10.1016/j.compstruct.2017.03.008.
- [32] A. Banerjee, B. Bhattacharya, and A. K. Mallik, “Large Deflection of Cantilever Beams with Geometric non-Linearity: Analytical and Numerical Approaches,” *Int. J. Non. Linear. Mech.*, no. June, 2008, doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2007.12.020.
- [33] H. Tari, “On the Parametric Large Deflection Study of Euler – Bernoulli Cantilever Beams Subjected to Combined Tip Point Loading,” *Int. J. Non. Linear. Mech.*, vol. 49, pp. 90–99, 2013, doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2012.09.004.
- [34] T. Beléndez, C. Neipp, and A. Beléndez, “Large and Small Deflections of A Cantilever Beam,” vol. 23, no. 3, pp. 371–379, 2002, doi: 10.1088/0143-0807/23/3/317.
- [35] Y. Z. Yin and Y. C. A. Wang, “A Numerical Study of Large Deflection Behaviour of Restrained Steel Beams at Elevated Temperatures,” *J. Constr. Steel Res.*, vol. 60, pp. 1029–1047, 2004, doi: 10.1016/j.jcsr.2003.09.005.
- [36] H. Wei, Q. X. Pan, O. B. Adetoro, E. Avital, Y. Yuan, and P. H. Wen, “Dynamic Large Deformation Analysis of A Cantilever Beam,” *Math. Comput. Simul.*, vol. 174, pp. 183–204, 2020, doi: 10.1016/j.matcom.2020.02.022.
- [37] Y. Yu, S. Zhu, Q. Xu, and P. Zhou, “A Novel Model of Large Deflection Beams with Combined End Loads in Compliant Mechanisms,” *Precis. Eng.*, 2015, doi: 10.1016/j.precisioneng.2015.09.003.
- [38] D. Li, Y. Shen, and J. Xu, “Zr 61 Ti 2 Cu 25 Al 12 Bulk Metallic Glass Under Three-Point Bending : Characteristic of Large-Deflection Deformation,” *Intermetallics*, vol. 132, no. February, p. 107156, 2021, doi: 10.1016/j.intermet.2021.107156.
- [39] S. L. L. and O. C. Z. T. M. WANO, “A Numerical Analysis of Large Deflections of Beams,” *Int. J. Mech. Sci. Pergamon Press Ltd*, vol. 3, pp. 219–228, 1961.
- [40] B. Y. V. V Nishawala, “A Study of Large Deflection of Beams and Plates,” 2011.
- [41] P. Huang, C. Chen, and G. Xiao, “Feasibility Analysis on Using Shaft in the Region with Large Deformation,” *Procedia Eng.*, vol. 26, pp. 1726–1730, 2011, doi: 10.1016/j.proeng.2011.11.2360.
- [42] M. Luo, D. Liu, and H. Luo, “Real-Time Deflection Monitoring for Milling of A Thin-Walled Workpiece by Using PVDF Thin-Film Sensors with A Cantilevered Beam as A Case Study,” *sensors Artic.*, 2016, doi: 10.3390/s16091470.
- [43] A. Pytel, *Mechanics of Materials*. 2012.